Universidad Técnica "Federico Santa María"
Departamento de Informática
Santiago-Valparaíso

Computación Científica II
Certamen N$^{\underline{\text{o}}}$ 1 — Sa.11.11.06[1]

1. La llamada *función de error* de la Teoría de las Probabilidades se define como:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt\,, \qquad 0 \le x \in \mathbb{R}\,. \tag{1}$$

Considere la siguiente tabla [2] de valores de la función de error y su derivada:

x	$\operatorname{erf}(x)$	$\operatorname{erf}'(x)$
0.45	0.47548 17198	0.92153 20130
0.48	0.50274 96707	0.89617 66223
0.51	0.52924 36198	0.86995 15467
0.52	0.53789 86305	0.86103 70343
0.54	0.55493 92505	0.84297 51813

Observe que la data no está equi-espaciada.

(a) Obtenga el mejor polinomio que interpola la data precedente *en el sentido de la interpolación de l'Hermite*.

(b) A partir de la data precedente, encuentre la mejor estimación para el valor de x_0 tal que:

$$\operatorname{erf}(x_0) = 0{,}53141\ 59265\ . \tag{2}$$

Hint: Quizás podría Ud. considerar como abscisas los valores de $\operatorname{erf}(x)$ y como ordenadas los valores de x. Pero, en todo caso, en este ejercicio debe Ud. dar "rienda suelta" a los corceles de su imaginación.

2. En diversas ramas de la Ingeniería, en particular en el Control Automático, aparece la *ecuación de Duffing*, que en su versión más simple tiene la forma:

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(x) + (x(t)^3 - x(t)) = \cos t\,, \quad x = x(t), \qquad 0 \le t \in \mathbb{R}\,. \tag{3}$$

Nota: $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$, $\ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$.

(a) Escriba la ecuación de Duffing como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

(b) Aplique el método de Euler-Cauchy para resolver computacionalmente el sistema obtenido en la parte (a) de este ejercicio, con las condiciones iniciales correspondientes a $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.

Nota: Efectúe sólo tres pasos de integración.

Notas "sine qua non":

(a) Duración del examen: 90 minutos.

(b) El certamen debe ser resuelto individualmente *con un bolígrafo de tinta indeleble.*

(c) No se prohibe usar la imaginación ni el libre albedrío. Tome las decisiones que Ud. juzgue adecuadas.

(d) ¡Buena suerte!

LSC/lsc, 11 de Noviembre de 2006

---

[2] Cf. M. Abramowitz and I.A. Stegun, *"Handbook of Mathematical Functions"*, Dover Publications, Inc., New York, 1964, p. 310.